PERBANDINGAN METODE BISEKSI DAN METODE NEWTON RAPHSON DALAM PENYELESAIAN PERSAMAAN NON LINEAR

Rachmawati Dwi Estuningsih*, Tita Rosita

Program Studi Analisis Kimia, Politeknik AKA Bogor
Jl. Pangeran Sogiri No.283, Tanah Baru, Bogor Utara, Kota Bogor, Jawa Barat 16154

Email: rachmawati@kemenperin.go.id

(Received : 1 November 2019; Accepted: 30 November 2019; Published: 1 Desember 2019)

Abstrak

Beberapa masalah sehari-hari dapat disimulasikan dengan menggunakan pemodelan matematika. Salah satu bentuk pemodelan matematika dengan menggunakan persamaan non linear. Persamaan non linear dapat diselesaikan dengan beberapa metode diantaranya metode biseksi dan metode Newton raphson. Dalam penelitian ini, akan dibandingkan metode biseksi dan metode Newton Raphson untuk menyelesaikan persamaan non linear. Hasil penelitian menunjukkan bahwa metode Newton Raphson lebih cepat konvergen daripada metode biseksi. Namun metode biseksi tidak memerlukan turunan pertama dalam pencarian akar persamaan.

Kata kunci : metode biseksi, metode Newton Raphson, Persamaan Non Linear

Abstract

Many daily problems can be simulated by using mathematical modeling. One type of mathematical modeling is non linear equation. Non linear equation can be solved by using bisection method and Newton Raphson method. In this paper, we will compare bisection method and Newton Raphson method in resolving non linear equation. The result showed that the Newton Raphson method converges faster than the bisection method. But the bisection method does not require the firt derivative in the search for the roots of the equation.

Keywords: bisection method, Newton Raphson method, Non Linear Equation

PENDAHULUAN

Seiring dengan perkembangan teknologi, banyak persoalan sehari-hari yang melibatkan model matematika dalam berbagai disiplin ilmu pengetahuan. Tidak semua model matematika tersebut dapat diselesaikan dengan model analitik, sehingga diperlukan penyelesaian secara pendekatan numerik. Pendekatan numerik ini sering disebut metode numerik. Metode numerik adalah suatu teknik yang digunakan untuk memformulasikan model matematika sehingga dapat dipecahkan dengan operasi perhitungan/aritmatika biasa.

Metode numerik selalu dapat menyelesaikan permasalahan, namun nilai yang diperoleh adalah nilai pendekatan. Jadi selain hasil yang diperoleh maka akan ada nilai kesalahan dari perhitungan tersebut. Selain itu, metode numerik akan lebih mudah dan cepat dihasilkan dengan bantuan perhitungan dengan komputer.

Model matematika terkadang disajikan dalam bentuk persamaan non linear. Persamaan non linear adalah suatu persamaan yang mempunyai peubah dengan pangkat terkecil adalah 1 (satu). Semakin tinggi pangkat peubah tersebut maka semakin sulit mencari penyelesaiannya. Dengan menggunakan metode numerik, hal tersebut lebih mudah dilakukan. Dua metode yang sering digunakan dalam penyelesaian persamaan non linear adalah metode biseksi dan metode Newton Raphson.

Dalam makalah ini, persamaan non linear akan diselesaikan dengan metode biseksi dan metode Newton Raphson. Kedua metode tersebut menggunakan program matlab. Hasil dari kedua metode tersebut dibandingkan untuk mengetahui kelebihan dan kekurangan masing-masing metode.

METODE PENELITIAN

Penulisan makalah ini merupakan kajian pustaka mengenai metode numeric. Metode numeric yang akan dibahas adalah metode biseksi dan metode Newton Raphson. Kedua metode tersebut dibandingkan untuk menyelesaikan persamaan non linear. Metode biseksi dan metode Newton Raphson akan diolah dengan menggunakan software Matlab.

METODE BISEKSI

Metode biseksi adalah metode tertutup untuk menentukan solusi dari persamaan non linear. Ide awal dari metode biseksi adalah metode tabel dimana areanya dibagi menjadi N bagian. Metode biseksi membagi range menjadi 2 bagian, dari dua bagian ini dipilih bagian mana yang mengandung akar penyelesaian dan membuang bagian yang tidak mengandung akar penyelesaian. Hal ini dilakukan berulang-ulang hingga diperoleh akar persamaan atau mendekati akar persamaan.

Algoritma metode biseksi adalah sebagai berikut:

1. Fungsi $f(x)$ yang akan dicari akarnya
2. Tentukan batas bawah (a) dan batas atas (b) dengan syarat $f(a).f(b) < 0$
3. Tentukan nilai toleransi ε dan iterasi maksimum N dengan $N > \frac{\ln|b-a|-\ln|\varepsilon|}{\ln 2}$
4. Hitung $f(a)$ dan $f(b)$
5. Hitung hampiran akar $c = \frac{a+b}{2}$
6. Hitung $f(c)$
7. Jika $f(a).f(c) < 0$ maka $b = c$. Jika $f(a).f(c) > 0$ maka $a = c$. Jika $f(a).f(c) = 0$ maka akar=c dan proses berhenti.
8. Jika $|b-a| < \varepsilon$ atau telah mencapai iterasi maksimum maka proses dihentikan dan diperoleh nilai perkiraan akar persamaan.

METODE NEWTON RAPHSON

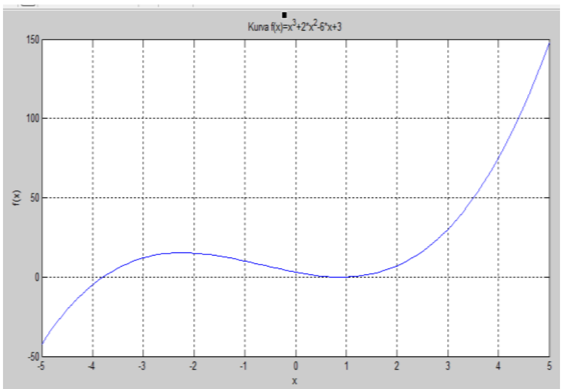
Metode Newton Raphson merupakan metode pendekatan yang menggunakan satu titik awal dan mendekatinya dengan menggunakan gradien pada titik tersebut. Metode ini diawali dengan mencari garis singgung kurva pada titik $(x_i, f(x_i))$. Perpotongan garis singgung dengan sumbu x yaitu x_{i+1} akan menjadi nilai x yang baru. Cara ini dilakukan berulang-ulang sampai diperoleh akar persamaan.

Algoritma metode Newton Raphson sebagai berikut:

1. Fungsi $f(x)$ yang akan dicari akar persamaannya,
2. Tentukan titik awal x_0 dan nilai toleransi ε,
3. Tentukan turunan pertama dari fungsi $f(x)$. Jika $f'(x) = 0$ maka metode ini tidak dapat dilanjutkan,
4. Hitung nilai $f(x_0)$ dan $f'(x_0)$,
5. Hitung nilai $x_{i+1} = x_i - \frac{f(x_i)}{f'(x_i)}$,
6. Hitung nilai kesalahan $|x_{i+1} - x_i|$ dan bandingkan dengan nilai toleransi ε. Jika $|x_{i+1} - x_i| \leq \varepsilon$ maka x_{i+1} dipilih sebagai akar persamaan. Jika $|x_{i+1} - x_i| > \varepsilon$ maka iterasi dilanjutkan,
7. Akar persamaannya adalah nilai x_{i+1} yang terakhir diperoleh

HASIL DAN PEMBAHASAN

Persamaan non linear yang digunakan adalah fungsi $f(x) = x^3 + 2x^2 - 6x + 3$. Selanjutnya dengan menggunakan metode biseksi dan metode Newton Raphson akan dicari akar persamaan $f(x) = 0$. Untuk mempermudah menentukan titik awal maka dibuat grafik fungsi $f(x) = x^3 + 2x^2 - 6x + 3$ seperti pada Gambar 1.



Gambar 1. Grafik fungsi $f(x)$ pada interval [-5,5]

Dari Gambar 1 dapat dilihat bahwa akar persamaan $f(x) = 0$ berada pada interval [-4,-3] dan [0,1]. Dalam makalah ini dipilih interval [0,1] sebagai titik awal untuk mencari akar persamaannya.

Penggunaan metode biseksi dan Newton Raphson dibantu dengan program Matlab. Pada metode *biseksi* dipilih jumlah iterasi adalah 20 dan nilai toleransi adalah 0,5e-006. Dalam Tabel 1 disajikan hasil dari metode biseksi dengan menggunakan Matlab.

Pada Tabel 1 diperoleh hasil akar persamaan dengan menggunakan metode biseksi adalah sebesar 0,79129 dengan nilai kesalahan 4,7684e-007. Hasil dengan metode biseksi mulai konvergen pada iterasi ke-17.

Selanjutnya dengan menggunakan metode Newton Raphson akan dicari akar pesamaan $f(x) = 0$. Dalam metode ini juga dipilih jumlah iterasi adalah 20 dan nilai toleransi 0,5e-006. Hasil metode Newton Raphson dapat dilihat pada Tabel 2.

Tabel 1. Hasil Metode Biseksi

Iterasi	Perkiraan akar	kesalahan
0	0,5	0,5
1	0,75	0,25
2	0,875	0,125
3	0,8125	0,0625
4	0,78125	0,03125
5	0,79688	0,015625
6	0,78906	0,0078125
7	0,79297	0,0039063
8	0,79102	0,0019531
9	0,79199	0,00097656
10	0,79150	0,00048828
11	0,79126	0,00024414
12	0,79138	0,00012207
13	0,79132	6,1035e005
14	0,79129	3,0518e-005
15	0,79128	1,5259e-006
16	0,79128	7,6294e-006
17	0,79129	3,8147e-006
18	0,79129	1,9073e-007
19	0,79129	9,5367e-007
20	0,79129	4,7684e-007

Tabel 2. Hasil metode Newton Raphson

Iterasi	Perkiraan akar	Kesalahan
0	0	3
1	0,5	0,625
2	0,69231	0,13655
3	0,76847	0,02409
4	0,78934	0,0018837
5	0,79127	1,6362e-005
6	0,79129	1,2796e-009
7	0,79129	-8,8818e-016

Pada Tabel 2, diperoleh hasil akar persamaan dengan menggunakan metode Newton Raphson adalah sebesar 0,79129 dengan nilai kesalahan -8,8818e-016. Hasil dengan metode Newton Raphson mulai konvergen pada iterasi ke-6.

Berdasarkan pencarian akar persamaan dengan menggunakan kedua metode tersebut maka dapat dilihat bahwa metode Newton Raphson lebih cepat konvergen dibandingkan metode biseksi karena jumlah iterasi yang dibutuhkan lebih sedikit. Namun metode biseksi tidak memerlukan turunan pertama dalam perhitungannya.

KESIMPULAN

Berdasarkan percobaan diperoleh nilai akan persamaan dari $f(x) = x^3 + 2x^2 - 6x + 3$ adalah 0,79129. Dengan menggunakan metode biseksi diperoleh nilai kesalahan sebesar 4, 7684e-007 dan dengan metode Newton Raphson diperoleh nilai kesalahan sebesar -8,8818e-016. Metode Newton Raphson lebih cepat konvergen daripada metode biseksi. Namun metode biseksi tidak memerlukan turunan pertama dalam pencarian akar persamaan.

DAFTAR PUSTAKA

Chapra, S.C., Canale, R.P. (1991). *Metode Numerik Jilid 1*. Diterjemahkan oleh I Nyoman Susila. Erlangga. Jakarta.

Chapra, S.C., Canale, R.P. (2006). *Numerical Methods for Engineers*. McGraw-Hill. New York.

Arhami, M., Desiani, A. (2005). *Pemrograman Matlab*. Andi. Yogyakarta.